

2007/2008 НАВЧАЛЬНИЙ РІК

6 клас

1. Див. задачу 1 для 6-го класу (2006/2007 н. р.).
2. Сестра дала одному своєму брату половину всіх грош, що були у неї, і ще 5 грош, а другому — половину решти і останні 5 грош. Скільки грош було у сестри?
3. Щоб пронумерувати сторінки великої наукової роботи, знадобилося 3389 цифр. Скільки сторінок у роботі?

4. Чи можна з'єднати п'ять міст дорогами так, щоб кожне місто було з'єднане рівно з трьома іншими?

7 клас

1. Див. задачу 1 для 6-го класу (2006/2007 н. р.).
2. Див. задачу 2 для 6-го класу.
3. Кілька кішок з'їли 899 мишей, причому всі кішки з'їли по однаковій кількості мишей. Скільки було кішок, якщо кожна кішка з'їла більше мишей, ніж було кішок?
4. Дано шість чисел 1, 2, 3, 4, 5, 6. Дозволяється до будь-яких двох із них одночасно додавати по 1. Чи можна після кількох таких дій зробити всі числа рівними?
5. У різдвяних подарунках Кролика, Тигра та інших мешканців Лісу було 55 хлопавок — у кожного не менше двох. Тигра відразу використав усі свої хлопавки, щоб дізнатися, їдять тигри хлопавки, чи не їдять. А всі інші зберегли свої хлопавки і наступного дня кожен подарував половину своїх хлопавок Кролику на день народження. Від цього кількість хлопавок у Кролика збільшилася у 10 раз. Скільки хлопавок з'їв Тигра?

8 клас

1. Див. задачу 1 для 6-го класу (2006/2007 н. р.).
2. Клоун сказав, що кількість кошенят, які живуть у нього, дорівнює $\frac{3}{4}$ їх кількості і ще $\frac{3}{4}$ кошеняти. Слова « $\frac{3}{4}$ кошеняти» викликали сміх. Проте клоун сказав правду. Скільки кошенят живе у нього?
3. Знайти всі розв'язки рівняння $(x^2 - 1)^2 + |x - 1| = 0$.
4. Див. задачу 4 для 7-го класу.
5. Див. задачу 5 для 8-го класу (2001/2002 н. р.).

9 клас

1. Побудувати множину точок площини, координати яких задовольняють рівняння $|x| + |y| = 1$.
2. На острові живуть лише лицарі (які завжди говорять правду) і брехуни (які завжди брешуть). Троє з них зробили по дві заяви. Перший сказав:

«На острові живе не більше трьох людей», «Усі жителі острова — брехуни». Другий сказав: «На острові живе не більше чотирьох людей», «Не всі жителі острова — брехуни». Третій сказав: «На острові живе п'ятеро людей», «На острові не менше трьох брехунів». Скільки людей живе на острові і скільки серед них брехунів?

3. Розв'язати систему рівнянь
$$\begin{cases} x + y + xy = 11, \\ x^2 + xy + y^2 = 19. \end{cases}$$

4. На сторонах AC і BC трикутника ABC зовні нього побудовані два квадрати $ACDE$ і $BCPQ$. Довести, що $AP = BQ$ і $AP \perp BQ$.

5. Див. задачу 5 для 8-го класу.

10 клас

1. Див. задачу 1 для 9-го класу.

2. Див. задачу 2 для 9-го класу.

3. Точка дотику вписаного в прямокутний трикутник кола ділить гіпотенузу на відрізки m та n . Знайти площу цього трикутника.

4. Див. задачу 3 для 9-го класу (2004/2005 н.р.).

5. На збори приїхала 201 особа з п'яти країн. Серед кожних шести з них є двоє однакового віку. Довести, що з деякої країни на збори приїхало не менше 5 осіб однієї статі та одного віку.

11 клас

1. Побудувати графік рівняння $|y| = |x^2 - 4x + 3|$.

2. Знайти квадратний тричлен з цілими коефіцієнтами такий, щоб один із його коренів був $1 - \sqrt{3}$.

3. Див. задачу 3 для 10-го класу.

4. Див. задачу 3 для 9-го класу (2004/2005 н.р.).

5. Див. задачу 5 для 10-го класу.